Государственное учреждение образования «Средняя школа № 89 г. Минска»,

220024, г. Минск, ул. Пуховичская, 21, (8017)365-66-35, (8017)365-95-53

**Возможность создания идеально фокусирующей линзы**

**Секция:** физика

**Автор:**

**Кондратович Максим Михайлович**

Государственное учреждение образования

Средняя школа № 89 г. Минска, 11 «А»

Адрес: г. Минск ул. Асаналиева д. 4 кв. 93

8017 3608055

**Научный руководитель:**

**Крицкая Вера Андреевна**,

Государственное учреждение образования

Средняя школа № 89 г. Минска,

учитель физики,

(8017)5114433,(8044)7561047

Минск,2016

|  |  |
| --- | --- |
| Введение…………………………………………………………………………. | 3 |
| 1 Аберрации линз……………………………………………………………… | 6 |
| 2. Опыт, подтверждающий астигматизм………………………………………. | 6 |
| 2.1 Нахождение фокусного расстояние………………………………………... | 6 |
| 2.2 Определение астигматической разности…………………………………... | 7 |
| 3.Создание идеальной линзы…………………………………………………… | 7 |
| 3.1 Идеальная линза для лучей параллельных оптической оси……………... | 7 |
| 3.2 Идеальная линза для точечного источника света…………………………. | 9 |
| Заключение…………………………………………………………………….… | 10 |
| Литература…………………………………………………………………….…. | 12 |
|  |  |
|  |  |

**Введение**

*«В жизни нет ничего лучше собственного опыта».*

*Вальтер Скотт*

На сегодняшний день влияние оптических приборов стремительно возрастает.

Вследствие этого, актуален вопрос устранения дефектов линз. В погоне за увеличением точности, оптические системы «наращивают» линзы, становятся все больше и массивней. Потому остро стоит вопрос замены нескольких линз, устраняющих дефект, на одну, лишенной его. Эта замена способна начать новый этап использования асферических линз для создания более компактных, легких, точных оптических приборов. В данной работе я поставил перед собой цель найти линзу, лишенную сферической аберрации.

*Цель:* нахождение формы линзы, свободной от сферической аберрации.

*Задачи:* выведение формул, описывающих поверхности и их геометрических свойств; разработка программ, моделирующих поверхности;

*Объект исследования:* фокусирующие поверхности;

*Предмет исследования:* оптические аберрации, физические законы, компьютерное моделирование.

**1. Аберрации линз**

В области параксиальных лучей образуется идеальное изображение. Однако практическое использование оптических систем, ограниченных параксиальной областью, чрезвычайно мало. При увеличении площади сечения пучков лучей и расширении области пространства, изображаемой реальной оптической системой, ход лучей в системе и строение пучков значительно отличаются от того, которое имеет место в идеальной оптической системе. В результате реальные оптические системы дают изображение, лишь более или менее приближающееся к идеальному. В связи с этим необходим критерий оценки, по которому можно судить о степени приближения реальной оптической системы к идеальной и с помощью которого можно оценить качество изображения. Одним из таких критериев являются аберрации – погрешности изображений. Эти погрешности обусловлены отклонениями лучей от тех направлений, по которым они должны были бы идти в идеальной оптической системе.

Различают монохроматические и хроматические аберрации  оптических систем. Монохроматическими аберрациями называют погрешности изображения, которые имеют место для лучей определенной длины волны. Сущность хроматических аберраций заключается в том, что при прохождении через преломляющие поверхности излучения сложного спектрального состава оно разлагается на составные спектральные части вследствие дисперсии света. При этом изображение представляет собой сумму большого числа монохроматических изображений, которые не совпадают между собой ни по положению, ни по размерам. Изображение становится окрашенным (рис. 1).

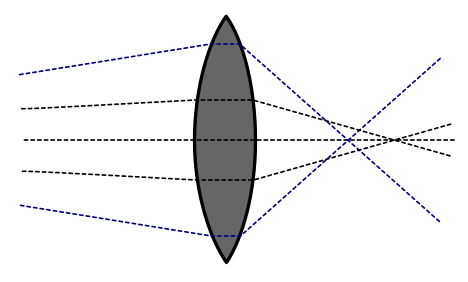
Среди монохроматических аберраций различают:  сферическую аберрацию,  кому,  астигматизм,  кривизну изображения,  дисторсию. Однако в рамках это работы будут рассмотрены только сферическая аберрация. Нарушение гомоцентричности широкого пучка лучей, прошедшего через оптическую систему, при сохранении симметрии его относительно оси называется сферической аберрацией (рис. 2).

Рис. 1 Рис. 2

**3. Нахождение линзы, идеально фокусирующей лучи**

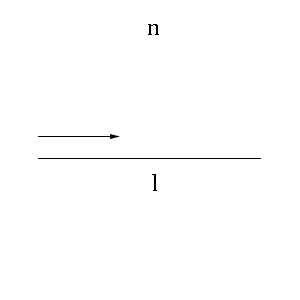
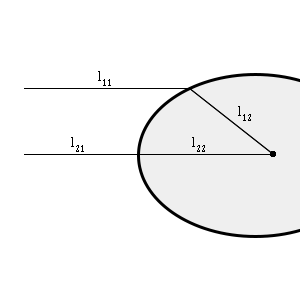
Время прохождения света в некотором материале (рис. 3) рассчитывается по формуле:

Рис. 3

**3.1 Линза, идеально фокусирующая параллельные оптической оси лучи**

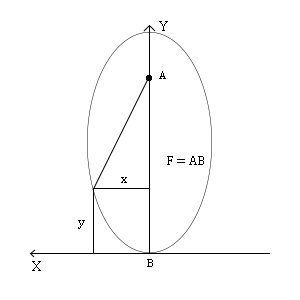
Для фокусировки в одну точку, оптические длины путей лучей должны быть равны.

Исходя из этого условия, составлю условие фокусировки лучей параллельных оптической оси (рис. 4).



Рис. 4

Подставлю в условие данные модели (рис. 5).



Делю полученное уравнение на .

Рис. 5

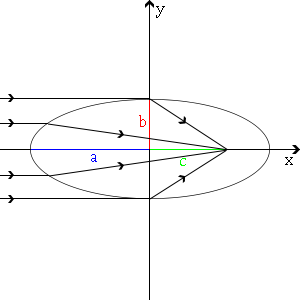
Прибавлю по обе стороны от равно , что бы собрать квадрат разности.

Делю уравнение на .

Видна схожесть с формулой эллипса.

Пусть , а , тогда

Получил уравнение эллипса, лежащего и смещенного на вдоль оси , с равным апофокусному расстоянию.

Далее буду использовать уравнение эллипса без смещения, лежащего вдоль оси (Рис.6).

Фокальное расстояние рассчитывается по формуле:

Эксцентриситет – характеристика эллипса, показывающая отклонение от формы окружности и равен отношению фокального расстояния к большой полуоси. Для эллипса эксцентриситет менее 1.

Рис. 6

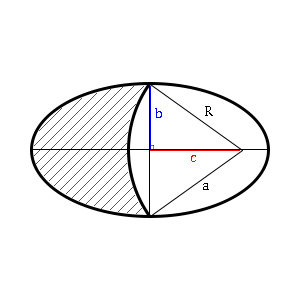
Очевидно, что, при ,, эллипс принимает форму окружности, а, при эллипс стремится к форме отрезка.

Для определения формы линзы, изготовленной из определенного материала, необходимо найти зависимость эксцентриситета от коэффициента преломления .

Пусть , тогда

Подставлю в уравнение для фокального расстояния

Подставлю в формулу эксцентриситета



Данная формула позволяет определять форму линзы, относительно материала, из которого она изготовлена (Анимация 1).

Отсюда видим:

Рис. 7

Чтобы получить линзу максимального диаметра при заданном расстоянии F, радиус R кривизны ее внутренней поверхности следует выбирать равным большой полуоси эллипса (рис.7).

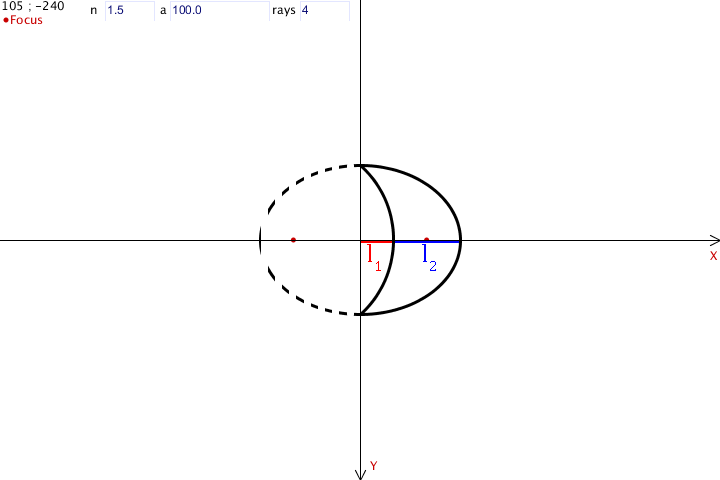
Тогда расстояние от центра эллипса (Рис. 8), до внутренней стенки линзы

Рис. 8

.

А расстояние от внешней стенки линзы, до внутренней:

Программное моделирование показало: при изготовлении линзы из материала с коэффициентом преломления равным 2(сверхтяжелый флинт близок к этому значению), внутренняя сторона линзы будет проходить через ближний фокус (Рис. 9).

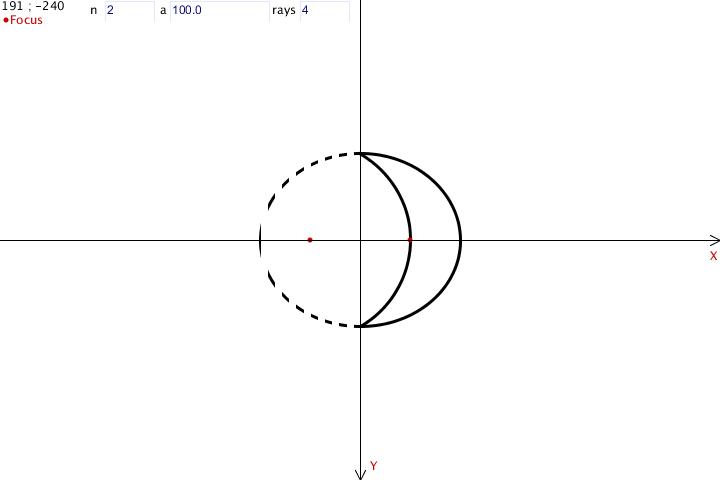
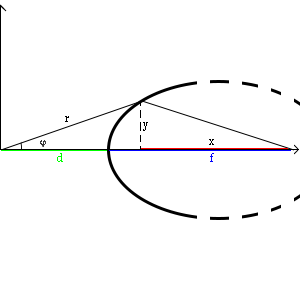


Рис. 9

Теперь докажу это математически:

Эллиптическая линза способно идеально фокусировать монохроматические лучи, параллельные оптической оси. Однако, эта линза подвержена хроматической аберрации.

**3.2 Линза, идеально фокусирующая лучи точечного источника света**

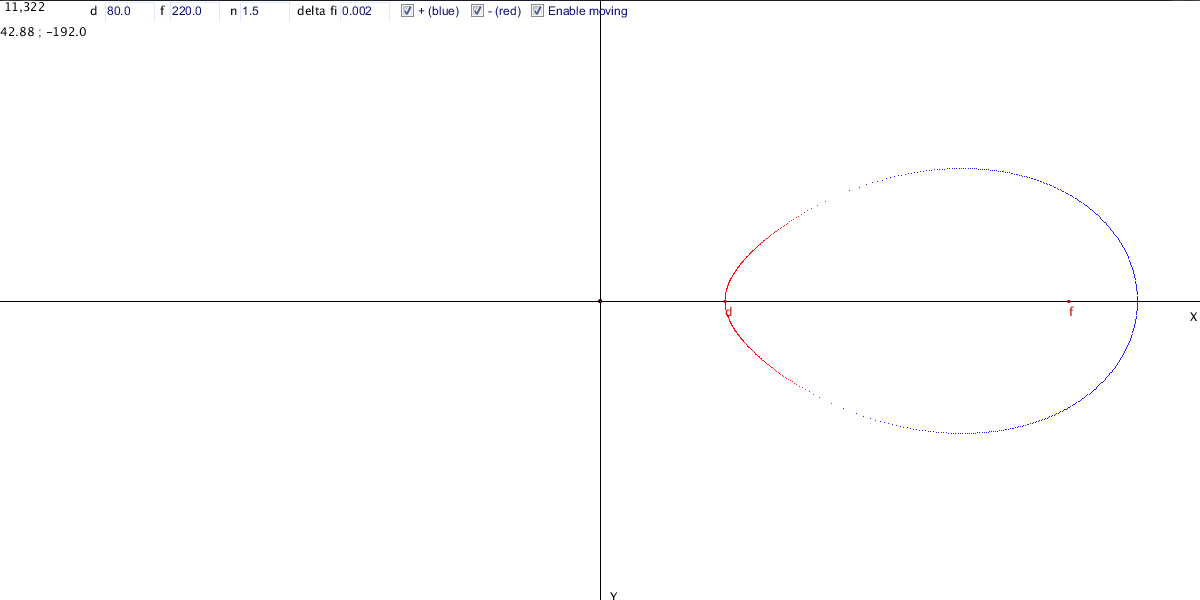
Чтобы получить поверхность, фокусирующую не параллельные оптической оси лучи, следует определить уравнение относительно луча () и угла () к оптической оси в полярной системе координат (Рис.10).

ОДЗ:

Рис. 10

ОДЗ:

С помощью компьютерного моделирования видно, что поверхностью, образуемой двумя уравнениями, является овоид (Рис. 11).

 Рис. 11

Однако если пренебречь ОДЗ (), то будет видно, что данный овоид является лишь внутренним овалом, овала Декарта (Рис. 12).

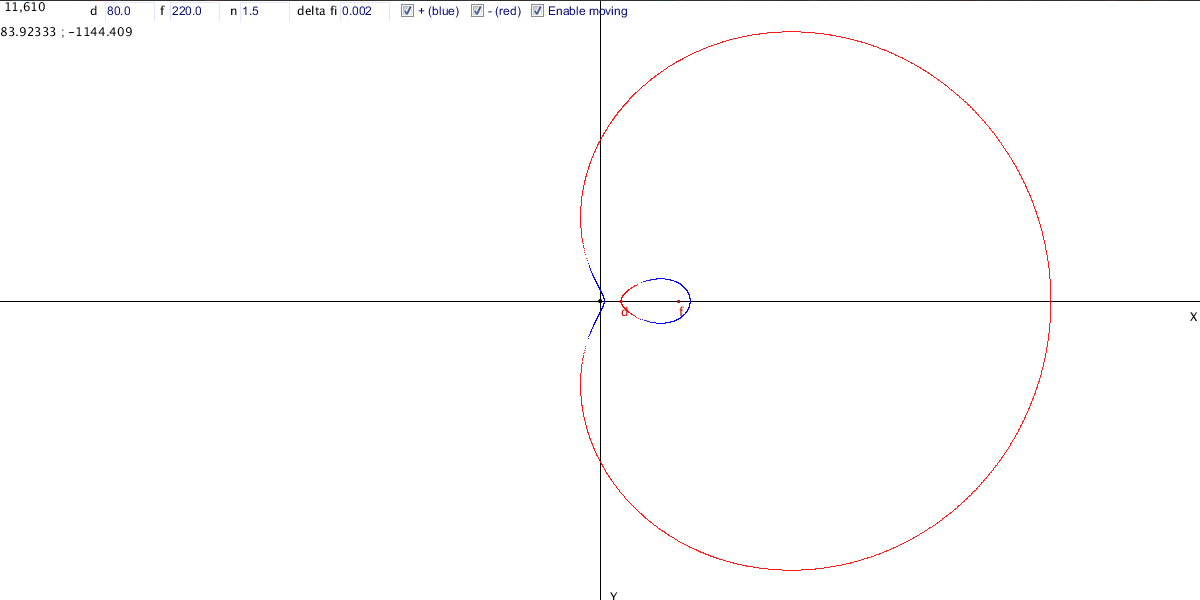


Рис. 12

Действительно, внешний овал не соответствует ни математической модели (постореннее решение), ни физической модели (расстояние от точечного источника света до его поверхности ).

На основании этого могу сказать, что только внутренний овоид овала Декарта является поверхностью, свободной от сферической аберрации.

Программно установлено:

При поверхность принимает форму окружности (Анимация 2).

При , поверхность стремиться к форме эллипса (Анимация 3), что подтверждает теорию о фокусировке параллельных лучей эллипсом.

Для возможности изучения оптических свойств поверхности, необходимо получить возможность моделирования преломления лучей. Первый шаг для этого – нахождение формулы нормали.

Для этого беру производную от уравнения поверхности.

Введу замену:

Подставлю в уравнение :

Где − угловой коэффициент касательной.

И так получил уравнение нормали, где

Далее интегрировал формулы в программу, наряду с законом Снелла (Рис. 13).

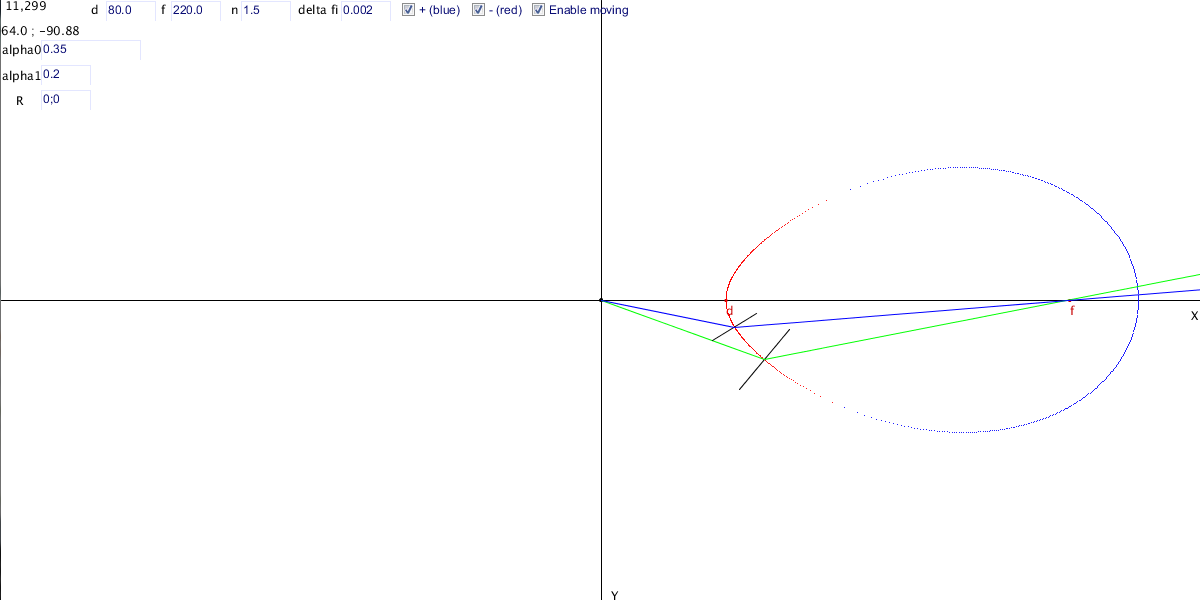


Рис. 13

Далее, найду продольные размеры овоида, и его наиболее удаленную точку от начала системы координат (Рис. 14).

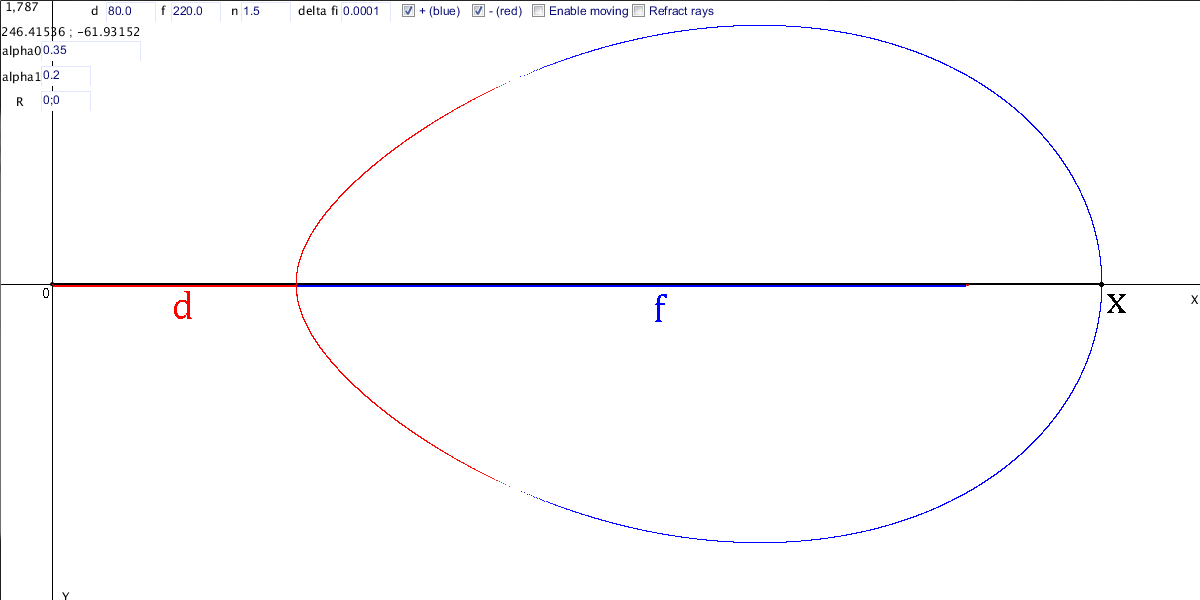


Рис. 14

Для этого задам уравнение с :

Из рисунка видно: , поэтому второй модуль раскрывается с минусом

Получил координату наиболее удаленной точки овоида, тогда длина самого овоида будет:

Видна аналогичность с эллипсом:

Действительно, ведь эллипс и овоид – частные случаи овала.

Найду угловую ширину овоида (линзы), относительно начала координат.

Угловая ширина будет равна , где – угол касательной к овоиду от начала координат.

Касательная проведена к точке соприкосновения двух уравнений поверхности, а соприкосновение графиков уравнений достигается при нулевом дискриминанте (), тогда угол легко выражается:

Подходящее решение «+»

В таком случае угловая ширина , а область определения функции .

Уравнение для трех измерений выводится так же (Рис. 15).

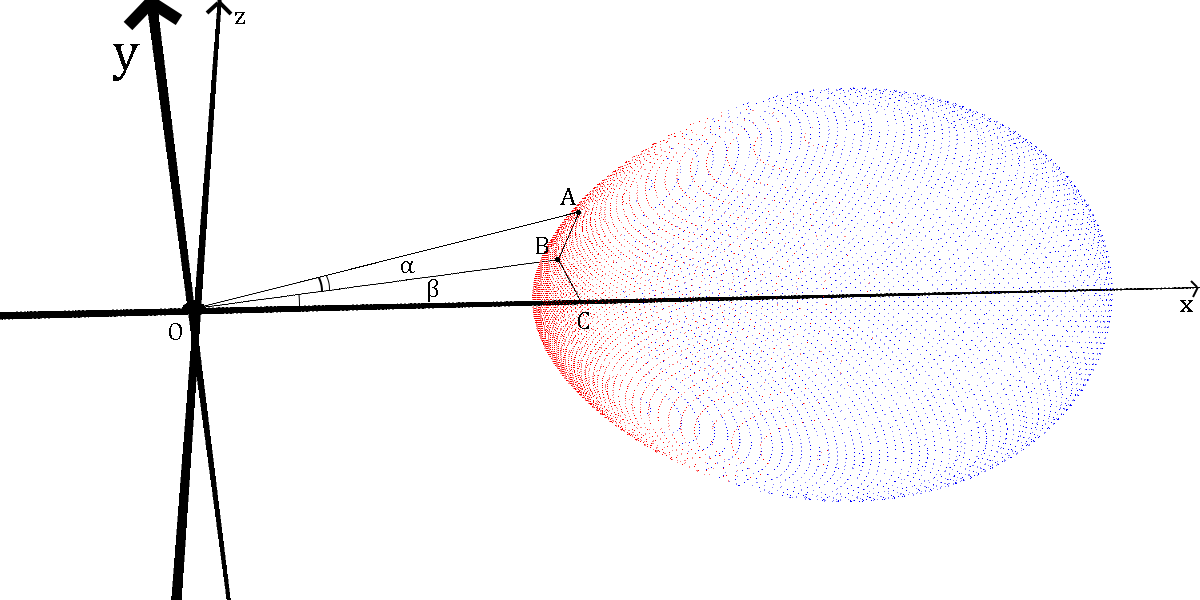


Рис. 15

Где, ,

Где

ОДЗ

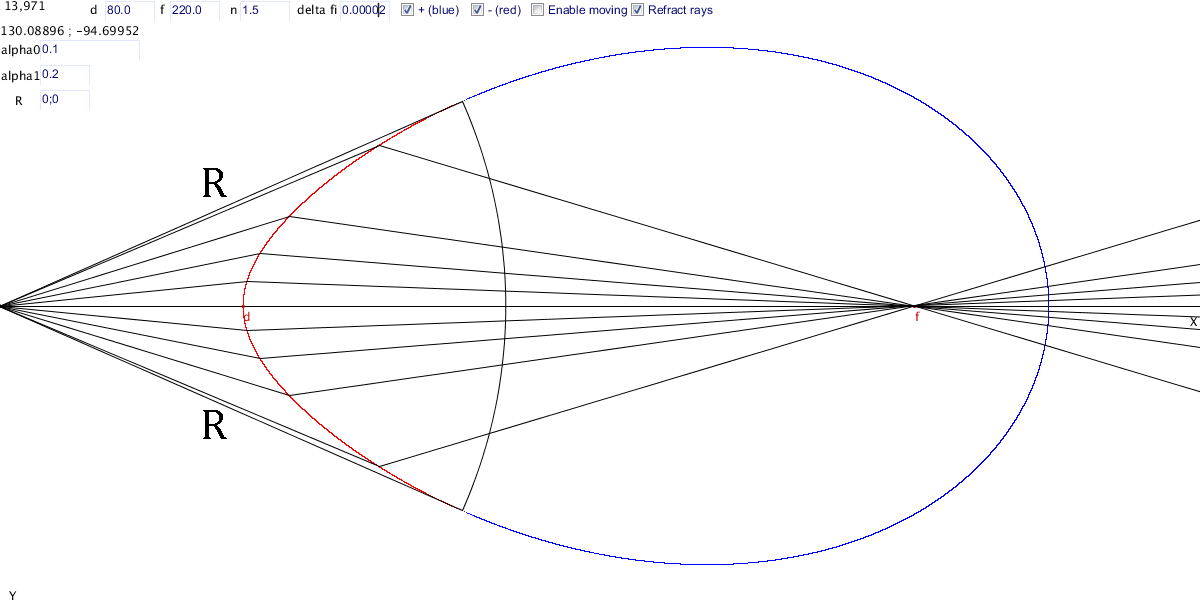
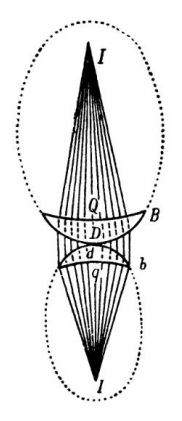
Данная линза идеально фокусирует монохроматический свет, излученный точечным источником света, в одну точку. Источник света должен находиться на одной прямой с оптической осью и на расстоянии от линзы. В этой точке свет фокусируется в бесконечно плотный поток света (Рис. 16).Доказательство данного утверждения приведено ниже.

Рис. 16

, где – площадь сферического сегмента, ограниченного овоидом. . – Касательная к овоиду от начала координат.

У меня получилось найти линзу, фокусирующую лучи, точечного источника света, в одну точку.

Однако, такая линза все также подвержена хроматической аберрации, а точность фокусировки реальной линзы, зависит от качества материала и точности изготовления.

Но это не единственный способ фокусировки света, излученного точечным источником, в одну точку (Рис. 17).

Рене Декарт, в своем труде «Рассуждения о методе и его приложения: Диоптрика, метеоры, геометрия» 1637г., описывал способ, при котором используются две эллиптические линзы, описанные мною ранее.

«Если соединить две подобные по форме линзы DBQ и dbq, не равные по величине, или поставить их на произвольном расстоянии друг от друга, лишь бы только их оси были расположены на одной прямой, а эллиптические поверхности обращены друг к другу, то они соберут все лучи, идущие из фокуса одной из низ, помеченного буквой I, в другой фокус, также помеченный буквой I».

Рис. 17

Данный способ действительно позволяет фокусировать лучи, однако у него есть принципиальный недостаток – это система линз, а не одна линза.

Для меня была цель − найти форму одной(!) линзы, свободной от сферической аберрации, и я достиг этой цели.

В ходе работы были достигнуты следующие результаты**:**

1. Подтверждение факта идеальной фокусировки эллипсом монохроматических лучей, параллельных его большой оси;
2. Определение формы эллиптической линзы;
3. Выявление поверхности, идеально фокусирующей монохроматические лучи точечного источника света;
4. Определение формы и некоторых геометрических свойств овоидной линзы.
5. Разработка программ, моделирующих линзы.

Также были распечатаны на 3D принтере объемные модели линз и поверхности.

Работа в выбранном направлении может быть продолжена изучением геометрических и оптических свойств линзы.

*Литература*

1. Жилко В.В. Физика. 11 кл.: учеб. для общеобразоват. учеб. заведений. – Мн.: «Народная асвета», 2014.
2. Энциклопедия Википедия. Декартов овал. en.wikipedia.org/wiki/Cartesian\_oval.
3. Энциклопедия Википедия. Линза. <http://ru.wikipedia.org/wiki/%CB%E8%ED%E7%E0> .
4. Декарт Р. Геометрия 1637.  Гостехиздат, 1938.
5. Декарт Р. Рассуждения о методе и его приложения: Диоптрика, метеоры, геометрия 1637. Издательство Академии Наук СССР, 1953.